ESTADÍSTICA

Semestre set04 - feb05 Módulos 11-17

Prueba de evaluación contínua 2 - PEC2

Solución

- Presentación i objetivos
- Enunciados: descripción teórica de la práctica a realizar
- Materiales
- Criterios de evaluación
- Formato de entrega
- Fecha de entrega

Presentación y objetivos

Objetivos

El objetivo principal de esta **PEC_2** es llegar a dominar los conceptos básicos asociados a la inferencia estadística: intervalos de confianza y contraste de hipótesis para una población.

Presentación de la prueba

La prueba consta de **tres ejercicios** más **dos prácticas** de Minitab.

En cada **ejercicio**, el alumno tendrá que resolver y responder razonadamente las preguntas que se formulan sin recurrir al Minitab, sólo utilizando tablas y calculadora.

Las **prácticas**, se resolverán con la ayuda del programa Minitab. Por ello no solos tenéis que enviar el fichero Word con los ejercicios desarrollados, sino también los ficheros de Minitab con extensión ***.MPJ**.

Enunciados de la PEC2

Parte 1 de la Práctica: Preguntas

EJERCICIO 1

Consideramos una moneda regular (probabilidad de cara y cruz del 0,50).

Se pide:

E1.1. ¿Cuál es la probabilidad de que, tirando 100 monedas, el porcentaje de caras sea superior al 54%?

Si la moneda es regular se espera un porcentaje de caras del 50% con una desviación

(para una muestra de 100 monedas) de: $\sqrt{\dfrac{0'50 * 0'50}{100}}$ = 0,05.

Entonces este apartado se soluciona tipificando:

P(X > 0,54) = 1 - P[(0'54-0'50)/0'05]= 1 - P(0,8) = 1 - 0,7881 = 0,2119.

E1.2. Si habiendo lanzado 100 monedas, el porcentaje de caras obtenido es realmente del 60%, determina un intervalo de confianza para el verdadero porcentaje de caras, a un nivel del 95%.

Para hacer el intervalo de este apartado hay que recalcular la desviación y obtenemos:

$0{,}60 \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\dfrac{0'60 - 0'40}{100}}$ = [0,504; 0,696].

E1.3. ¿Podemos pensar que la moneda del apartado **E1.2** es regular?

Entonces, como 0,50 no se encuentra dentro del intervalo podemos afirmar que la moneda no es regular.

EJERCICIO 2

En un proceso de fabricación de un componente informático, se requiere que este componente tenga un diámetro exactamente de 35 mm. Se mide una muestra de 36 componentes y se obtiene una media de 35'03 mm. y una varianza de 0'015. Contrasta la hipótesis de que la media es realmente de 35 mm. a un nivel de significación de alfa = 0'05.

Se pide:

E2.1. Señala cuál es la hipótesis nula y cuál es la hipótesis alternativa.

Datos base:

μ = 35 mm.

n = 36 componentes

$\overline{X}$ = 35'03 mm.

s2 = 0'015 mm.

α = 0'05, p = 0'95

Así pues, tendremos que:

α/2 = 0 '025 grados de libertad = n- 1 = 3 5

Lo: μ = 35 mm.; **H1**: μ := 35 mm.

E2.2. Calcula el estadístico de contraste.

s = $\sqrt{0'015}$ = 0'12

Error estándar = $s / \sqrt{n}$ = $0'12 / \sqrt{36}$ = 0'02

El estadístico de contraste = (35 '03-35)/0' 02 =1'44.

E2.3. Utilizando las tablas correspondientes, calcula el valor de probabilidad y encuentra el nivel de significación (o valor crítico) correspondiente.

El valor crítico sería: $t_{0'025,\ 35}$ = -2'030.

E2.4. ¿Está el proceso de fabricación todavía bajo control? Razona la respuesta.

1'44 está dentro de la zona de aceptación (-2 '03: 2'03)

Se acepta el **H0**, se acepta que μ = 35 mm.

El proceso está todavía bajo control.

EJERCICIO 3

Una empresa dedicada a la elaboración de palomitas compra el maíz directamente a los agricultores. Antes de efectuar la compra, un agente de la compañía quiere estimar la probabilidad *p* de que el grano de maíz se abra al freírlo. Para comprobarlo se ha llevado a cabo un estudio sobre una pequeña muestra de 60 granos, en el que se ha visto que 48 se abrían.

Se pide:

E3.1. ¿Cuántos granos se tienen que examinar para estar seguro de que el error máximo que cometerá será de 0'01, trabajando un nivel de confianza del 90%?

Sabemos que: p = 48/60 = 0'8

n = $$(z_{\alpha/2})^2 \frac{\Pi(1-\Pi)}{(marg\,ed'error)^2} = 1{,}64^2 \frac{0{,}8 \times 0{,}2}{0{,}01^2} = 4303$$ '36

Entonces, la muestra tendría que estar formada como mínimo por 4304 granos de maíz con el fin de estar seguros con un nivel de confianza del 90% de que el error máximo es de 0'01.

Parte 2 de la Práctica: Prácticas Minitab

PRÁCTICA 1

En la empresa en la que trabajas se ha producido una renovación en el equipo directivo y éste te pide que hagas un estudio para averiguar el número medio de días de baja laboral por empleado. En los últimos años se había estimado que este número medio era de 18 días al año, con una desviación estándar de 2.6.

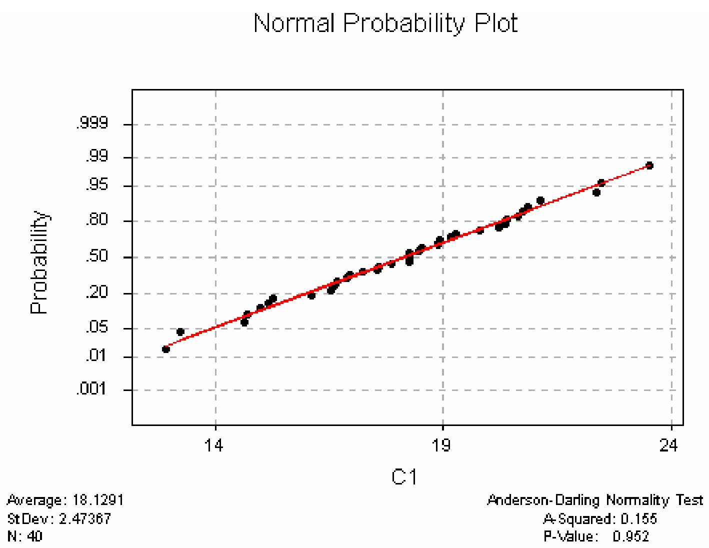
Para realizar este trabajo, se ha hecho un estudio basado en 40 empleados escogidos aleatoriamente, obteniendo los siguientes datos:

18.2630	20.3956	18.4742	18.5457	19.2611
13.2104	18.8842	18.9199	14.7056	16.6708
17.8783	20.6542	18.2433	16.8871	21.1429
15.2542	16.5648	19.1553	16.1106	18.8906
20.7617	22.4938	18.2460	17.2399	17.5592
15.1401	23.5305	20.2367	16.5339	20.8730
19.8144	14.9760	20.3570	17.5765	16.6488
16.9471	22.3734	18.2373	14.6103	12.8947

Se pide:

P1.1. Comprueba que la colección de datos anterior sigue una distribución aproximadamente normal.

Para comprobar la normalidad de los datos anteriores, seleccionamos ***Stat > Basic Statistics > Normality Test.*** Así, obtenemos el siguiente gráfico:



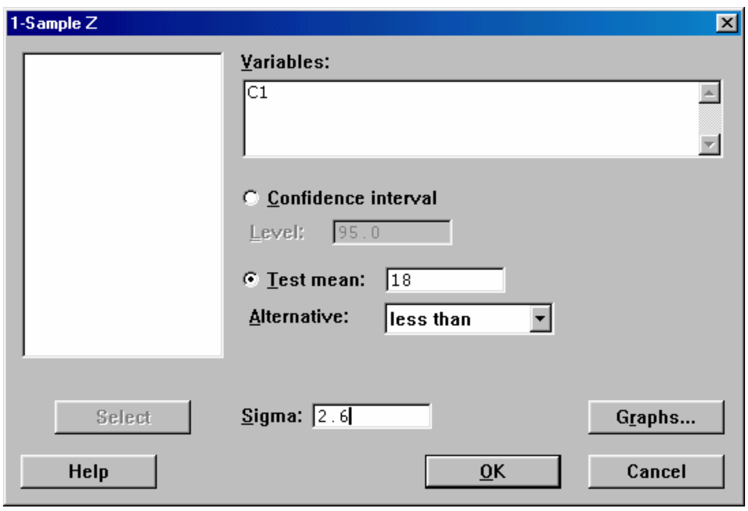
Por lo tanto, podemos concluir sin ningún tipo de dudas que estos datos siguen una distribución normal.

Podemos asegurar, además, que como X sigue una distribución normal, $\bar{X}$ también.

P1.2. Como el tiempo medio de horas de baja laboral parece excesivo, se quiere contrastar, con un nivel de significación del 0.05, la hipótesis "oficial" de que el tiempo medio es de 18 horas frente a la hipótesis de que esta media es menor. ¿Qué resultado se obtiene?

El contraste de hipótesis que estableceremos será H0: $\mu=18$ vs. H1: $\mu<18$

Seleccionamos ***Stat > Basic Statistics > 1-Sample Z***:



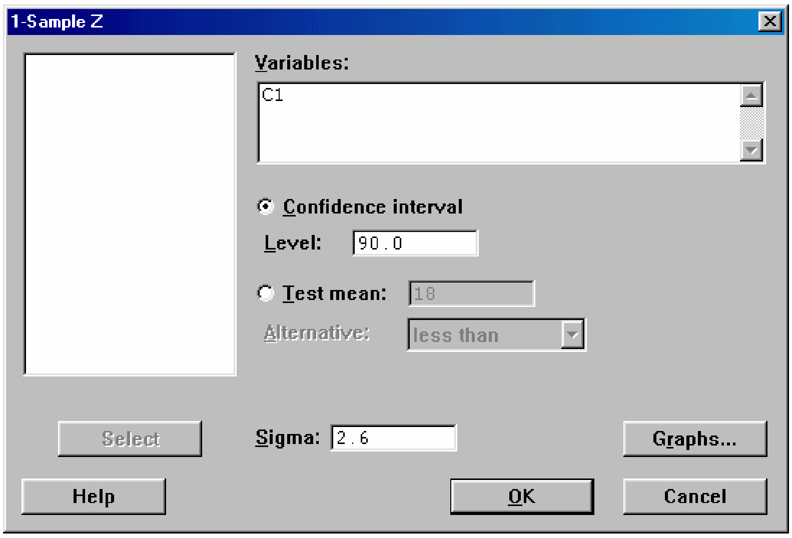

```
Z-Test


Test of mu = 18.000 vs mu < 18.000
```

```
The assumed sigma = 2.60

Variable N Mean StDev SE Mean Z P

C1           40    18.129    2.474     0.411      0.31         0.62
```

Dado que el p-valor obtenido 0.62 > 0.05, no descartaremos la hipótesis nula, eso significa que parece razonable considerar que el número medio de días de baja laboral es de 18.

P1.3. Calcula un intervalo de confianza a nivel del 90% para la media poblacional y comenta si el resultado obtenido es coherente con el resultado esperado.

Seleccionamos ***Stat > Basic Statistics > 1-Sample Z***, considerando 0.9 como el nivel de confianza:

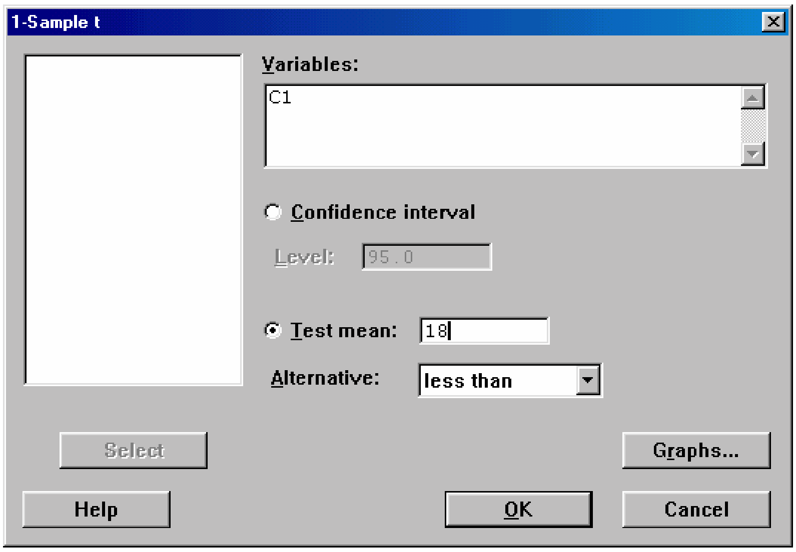



```
Z Confidence Intervalos

The assumed sigma = 2.60

Variable N Mean StDev SE Mean 90.0% CI

C1           40    18.129    2.474    0.411  (  17.453,   18.805)
```

Como observamos, el intervalo de confianza obtenido (17.453, 18.805), es coherente con los resultados esperados ya que contiene al valor medio 18.

P1.4. Finalmente, realiza el mismo contraste que el apartado **P.1.2.**, pero suponiendo esta vez que no conoces la desviación estándar.

Análogamente, seleccionamos ***Stat > Basic Statistics > 1-Sample t***, obteniendo los siguientes resultados:




```
T-test of the Mean


Test of mu = 18.000 vs mu < 18.000


Variable N Mean StDev SE Mean T P
C1            40     18.129     2.474      0.391      0.33          0.63
```

Por lo tanto, observamos que el p-valor 0.63 > 0.05, eso nos indica que no rechazamos la hipótesis nula, es decir, asumiremos como posible la opción de que el número medio de días de baja laboral sea 18, ya que no tenemos indicios suficientes para rechazar esta posibilidad.

PRÁCTICA 2

En un test de velocidad para medir las líneas ADSL, los datos obtenidos por 10 usuarios, en kbps, son los siguientes:

150.8; 234; 260; 235.4; 280; 276; 200; 300; 256; 190.

Se pide:

P2.1. Suponiendo que los datos correspondientes a la velocidad de las líneas ADSL sigue una distribución normal, calcula un intervalo de confianza para la media μ al 95% de nivel de confianza, y contrasta la hipótesis nula de que $\mu = 256$ frente a la alternativa $\mu \neq 256$ a un nivel de significación del 5%.

Calculamos el intervalo de confianza solicitado (confidence interval: 95) y contrastamos (Test Mean: 256. Alternative: not equal), usaremos la t-student ya que no conocemos sigma. Seleccionamos **Basic Statistics > 1-Sample t**

```
T Confidence Intervalos

Mean StDev SE Mean 95,0% CI
C1          10     238,2     46,2     14,6  (   205,1;   271,3)
```

```
T-test of the Mean

Test of mu = 256,0 vs mu not = 256,0

Variable N Mean StDev SE Mean T P
C1          10     238,2     46,2      14,6    -1,22       0,25
```

P2.2. Estamos interesados al medir el tiempo medio de respuesta de un

Estamos interesados en medir el tiempo medio de respuesta de un servidor a las peticiones de los usuarios. Para realizar esto, medimos en horarios diferentes el tiempo en segundos que hemos tardado en establecer una conexión con el servidor. Los datos obtenidos son los siguientes:

1; 2; 0.5; 4; 6; 0.7; 2.1; 3; 2.5; 4.

Suponiendo que el tiempo de respuesta sigue una distribución normal con desviación estándar 1.5, calcula un intervalo de confianza para μ al 99% de nivel de confianza y contrasta la hipótesis nula de que $\mu = 2$ frente a la alternativa $\mu \neq 2$, a un nivel de significación del 1%.

Calculamos el intervalo de confianza solicitado (confidence interval: 99. Sigma:1.5) y contrastamos (Test Mean: 2. Alternative: not equal), teniendo en cuenta que, en esta ocasión, conocemos el valor de la desviación típica (usaremos pues la normal estándar):

Seleccionamos ***Basic Statistics > 1-Sample Z:***

```
Z Confidence Intervalos

The assumed sigma = 1,50

Variable N Mean StDev SE Mean 99,0% CI
C1          10     2,580    1,727    0,474  (   1,358;   3,802)
```

```
Z-Test

Test of mu = 2,000 vs mu not = 2,000
The assumed sigma = 1,50

Variable N Mean StDev SE Mean Z P
C1          10     2,580    1,727     0,474     1,22        0,22
```

Como el p-valor (P=0.22) es mayor que el nivel de significación 0.01, aceptaremos que $\mu = 2$.

Materiales

Para trabajar esta **PEC2**, se necesita haber trabajado:

- Los módulos 11 al 17.
- **GES5** y **GES6**.
- Los vídeos correspondientes.
- El software Minitab: especialmente los documentos de actividades resueltas asociadas.

Criterios de evaluación

La práctica se evaluará atendiendo a los siguientes criterios:

- Cada uno de los **ejercicios** se puntuará con un máximo de **2 puntos**.
- Cada **práctica** de Minitab se puntuará con un máximo de **2 puntos**.
- La puntuación máxima se consigue cuando la respuesta y su justificación son correctas.

Formado de entrega

La **PEC2** se entregará en un documento **Word** para Windows en el buzón de: "Ev.Continua" que tenéis en el aula.

El nombre del fichero/documento tendrá el siguiente formado: "**apellido1_apellido2_PEC2.doc**". Los apellidos se escribirán sin acentos. Por ejemplo, el archivo de un estudiante nombrado Alfredo García Melgar llevaría la siguiente denominación: "garcia_melgar_PEC2.doc".

Cada alumno tendrá que enviar dos archivos:

- **Garcia_melgar_PEC2.doc**
- **Garcia-melgar_PEC2.MPJ**

* * * MUY IMPORTANTE: Para poder entender las fórmulas, nos tendríamos que acostumbrar a hacerlas con el Editor de ecuaciones del programa Word.

Fecha de entrega

La **fecha límite de entrega son las 24 horas del día 21/11/2004**. Recuerda que las fechas límite tienen que respetarse estrictamente.

Asimismo, el día 22/11/2004, se publicará la resolución de la **PEC_2**.

Las calificaciones se publicarán el día 30/11/2004.